

Intersection de deux ensembles

Le symbole \cap se lit «inter» ou «intersection». Il représente les éléments communs à deux ensembles. Dans le diagramme de Venn ci-dessous, l'intersection des ensembles A et B correspond à la partie ombrée.

Ex. : A : diviseurs de 20 B : diviseurs de 36

$A \cap B = \{1, 2, 4\}$, ce qui correspond aux diviseurs à la fois de 20 et de 36.

Le symbole \cap est souvent associé à la conjonction *et*.

Réunion de deux ensembles

Le symbole \cup se lit «union». Il représente tous les éléments des deux ensembles. Dans le diagramme de Venn ci-dessous, l'union correspond à la partie ombrée.

Ex. : A : diviseurs de 20 B : diviseurs de 36

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 18, 20, 36\}$, ce qui correspond aux diviseurs de 20 ou de 36.

Le symbole \cup est souvent associé à la conjonction *ou*.

Événements complémentaires

Deux événements sont complémentaires s'ils ne possèdent aucun résultat commun et si la réunion des résultats possibles des deux événements correspond à l'univers des résultats possibles.

Si $A \cap B = \emptyset$ et que $A \cup B = \Omega$, alors les événements A et B sont complémentaires.

Le symbole \emptyset désigne un ensemble vide.
Le symbole Ω se prononce «oméga» et désigne l'univers des résultats possibles.

L'événement complémentaire à l'événement A est noté A' et se lit «A complément».

Ex. : Au lancer d'un dé, l'événement complémentaire à l'événement A «obtenir un nombre pair» est l'événement A' «obtenir un nombre impair». Dans le diagramme de Venn ci-contre, l'événement A' est représenté par la partie ombrée.

La somme des probabilités d'un événement et de son complément est toujours 1.

$$P(A) + P(A') = 1$$

Ex. : Un sac contient 4 billes rouges, 2 billes vertes et 5 billes jaunes. On tire une bille au hasard. L'événement complémentaire à l'événement A « obtenir une bille verte » est l'événement A' « ne pas obtenir une bille verte » :

$$P(A) + P(A') = \frac{2}{11} + \frac{9}{11} = 1$$

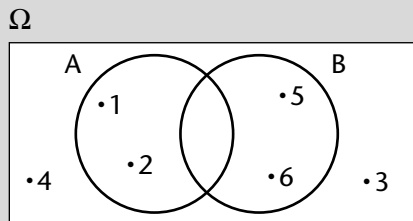
Il arrive parfois que la probabilité de l'événement complémentaire soit plus simple à calculer que la probabilité de l'événement lui-même. On calcule alors la probabilité du complément et on la soustrait de 1 pour obtenir la probabilité de l'événement.

Événements incompatibles et événements compatibles

Des événements sont **incompatibles** s'ils ne possèdent **aucun résultat commun**, c'est-à-dire si $A \cap B = \emptyset$. Deux événements incompatibles ne peuvent pas se produire en même temps.

Des événements sont **compatibles** s'ils possèdent **au moins un résultat commun**, c'est-à-dire si $A \cap B \neq \emptyset$. Deux événements compatibles peuvent se produire en même temps.

Ex. : Au lancer d'un dé, l'événement A « obtenir un nombre inférieur à 3 » et l'événement B « obtenir un nombre supérieur à 4 » sont des événements incompatibles, car ils n'ont aucun résultat commun.



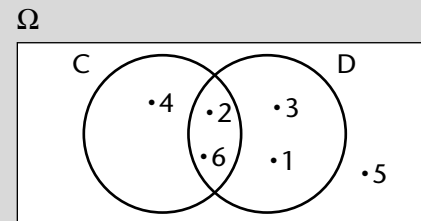
La probabilité de l'événement « obtenir un nombre inférieur à 3 ou supérieur à 4 » se note comme suit :

$$P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{2}{6} + \frac{2}{6}$$

$$P(A \text{ ou } B) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Ex. : Au lancer d'un dé, l'événement C « obtenir un nombre pair » et l'événement D « obtenir un diviseur de 6 » sont des événements compatibles, car ils ont au moins un résultat commun.



La probabilité de l'événement « obtenir un nombre pair ou un diviseur de 6 » se note comme suit :

$$P(C \text{ ou } D) = P(C) + P(D) - P(C \cap D)$$

$$P(C \text{ ou } D) = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} - \frac{2}{6}$$

$$P(C \text{ ou } D) = \frac{5}{6}$$

On doit soustraire la probabilité de l'intersection, car on l'a additionnée deux fois.

Le diagramme de Venn permet de déterminer la probabilité d'événements faisant intervenir des événements compatibles et des événements incompatibles.