

Équations équivalentes

Des équations sont équivalentes si elles ont la ou les mêmes solutions.

Ex. :

$$2x = 14$$

$$5x = 3x + 14$$

$$5x - 8 = 3x + 6$$

sont des équations équivalentes, car 7 est la solution de chacune de ces équations.

Validation :

$$\begin{aligned} 2x &= 14 \\ 2 \times 7 &= 14 \\ 14 &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x &= 3x + 14 \\ 5 \times 7 &= 3 \times 7 + 14 \\ 35 &= 21 + 14 \\ 35 &= 35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5x - 8 &= 3x + 6 \\ 5 \times 7 - 8 &= 3 \times 7 + 6 \\ 35 - 8 &= 21 + 6 \\ 27 &= 27 \end{aligned}$$

Règles de transformation des équations

Les règles de transformation des équations permettent d'obtenir des équations équivalentes.

On conserve la ou les solutions d'une équation :

- en additionnant le même nombre aux deux membres de l'équation.
La règle d'addition est :

$$\text{Si } ax + b = c, \text{ alors } ax + b + n = c + n.$$

- en soustrayant le même nombre des deux membres de l'équation.
La règle de soustraction est :

$$\text{Si } ax + b = c, \text{ alors } ax + b - n = c - n.$$

- en multipliant les deux membres de l'équation par un même nombre différent de 0.
La règle de multiplication est :

$$\text{Si } ax + b = c, \text{ et } n \neq 0, \text{ alors } n(ax + b) = nc.$$

- en divisant les deux membres de l'équation par un même nombre différent de 0.
La règle de division est :

$$\text{Si } ax + b = c, \text{ et } n \neq 0, \text{ alors } (ax + b) \div n = c \div n.$$

Exemples d'équations équivalentes

$$\begin{aligned} 2x + 5 &= 6 \\ 2x + 8 &= 9 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \curvearrowright \\ 2x + 5 + 3 = 6 + 3 \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned} 5x + 6 &= 16 \\ 5x + 2 &= 12 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \curvearrowright \\ 5x + 6 - 4 = 16 - 4 \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned} 3x - 2 &= -16 \\ 15x - 10 &= -80 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \curvearrowright \\ 5 \times (3x - 2) = 5 \times -16 \\ \curvearrowleft \end{array}$$

$$\begin{aligned} 4 - 14x &= 3 \\ 2 - 7x &= 1,5 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \curvearrowright \\ (4 - 14x) \div 2 = 3 \div 2 \\ \curvearrowleft \end{array}$$

Résolution d'une équation à l'aide de la méthode de la balance

La méthode de la balance consiste à transformer une équation à l'aide des règles de transformation des équations dans le but d'obtenir la solution, c'est-à-dire la ou les valeurs de la variable qui vérifient l'équation donnée.

Ex. : 1) $5x + 43 = 62$
 $5x + 43 - 43 = 62 - 43$
 $5x = 19$
 $\frac{5x}{5} = \frac{19}{5}$
 $x = \frac{19}{5}$ ou 3,8

On valide la solution en effectuant :

$$5 \times 3,8 + 43 = 62$$

$$62 = 62$$

2) $9x + 8 = 2x - 13$
 $9x + 8 - 2x = 2x - 13 - 2x$
 $7x + 8 = -13$
 $7x + 8 - 8 = -13 - 8$
 $7x = -21$
 $\frac{7x}{7} = \frac{-21}{7}$
 $x = -3$

On valide la solution en effectuant :

$$9 \times -3 + 8 = 2 \times -3 - 13$$

$$-19 = -19$$