

Équation

Une **équation** est un énoncé mathématique comportant une ou des variables et une relation d'égalité.

Ex. : 1) $4x - 8 = 4$ 2) $142 - 28x = 12x + 73$ 3) $4a + b = 8$

Construction d'une expression algébrique ou d'une équation

Dans un problème, on utilise parfois des expressions algébriques ou des équations pour déterminer la solution. On procède alors de la façon suivante.

| | |
|--|---|
| <p>1. Identifier la ou les inconnues, c'est-à-dire les éléments dont on cherche la valeur.</p> | <p>Exemple</p> <p>La somme de l'âge de Claude et de l'âge de Jean est 52 ans. Jean a 10 ans de plus que le double de l'âge de Claude. Détermine l'âge de Claude et celui de Jean.</p> <p>Les inconnues sont :</p> <ul style="list-style-type: none"> • l'âge de Claude; • l'âge de Jean. |
| <p>2. Représenter chaque inconnue par une variable ou une expression algébrique.</p> <p>Quand une situation comporte plus d'une inconnue, on identifie par une variable celle pour laquelle on a le moins d'informations. On exprime ensuite les autres inconnues à l'aide d'une expression algébrique utilisant cette même variable.</p> | <p>Âge de Claude : x</p> <p>Âge de Jean : $10 + 2x$</p> |
| <p>3. Construire une équation traduisant la situation.</p> <p>On pose l'équation en utilisant les informations contenues dans la situation. On peut ensuite résoudre l'équation et donner la solution en tenant compte du contexte.</p> | <p>$(\text{âge de Claude}) + (\text{âge de Jean}) = 52$</p> $x + 10 + 2x = 52$ $3x + 10 = 52$ <p>On déduit que $x = 14$.</p> <p>Claude a 14 ans et Jean, 38 ans.</p> |

Résolution d'équations

Il existe différentes façons de résoudre une équation. Par exemple, on peut utiliser la méthode par essais et erreurs, la méthode des opérations inverses ou la méthode du recouvrement.

1) Essais et erreurs

Ex. : Voici comment appliquer la méthode par essais et erreurs pour résoudre l'équation $\frac{3x}{2} = 9$.

Premier essai : $x = 4$

$$\frac{3 \times 4}{2} = 6$$

Puisque $6 < 9$, on en déduit que la solution est supérieure à 4.

Deuxième essai : $x = 10$

$$\frac{3 \times 10}{2} = 15$$

Puisque $15 > 9$, on en déduit que la solution est inférieure à 10.

Troisième essai : $x = 6$

$$\frac{3 \times 6}{2} = 9$$

Puisque $9 = 9$, on en déduit que la solution est 6.

On valide la solution en substituant 6 à x dans l'équation de départ : $\frac{3 \times 6}{2} = 9$.

2) Opérations inverses

Ex. : Voici comment appliquer la méthode des opérations inverses pour résoudre l'équation $6x - 5 = 19$.

$$\begin{array}{ccccccc} x & \longrightarrow & \times 6 & \longrightarrow & - 5 & = & 19 \\ 4 & = & \div 6 & \longleftarrow & + 5 & \longleftarrow & 19 \end{array}$$

On valide la solution en substituant 4 à x dans l'équation de départ : $6 \times 4 - 5 = 19$.

3) Recouvrement

Ex. : Voici comment appliquer la méthode du recouvrement pour résoudre l'équation $32 + \frac{5x}{3} = 42$.

En recouvrant la partie de l'addition dont on ne connaît pas la valeur...

$$32 + \frac{5x}{3} = 42$$

... on peut déduire qu'elle vaut **10**, car $32 + 10 = 42$.

En recouvrant la partie de la division dont on ne connaît pas la valeur...

$$\frac{5x}{3} = 10$$

... on peut déduire qu'elle vaut **30**, car $30 \div 3 = 10$.

En recouvrant la partie de la multiplication dont on ne connaît pas la valeur...

$$5x = 30$$

... on peut déduire qu'elle vaut **6**, car $5 \times 6 = 30$.

La solution est donc :

$$x = 6$$

On valide la solution en substituant 6 à x dans l'équation de départ : $32 + \frac{5 \times 6}{3} = 42$.